## Điều khiển cân bằng con lắc ngược quay dùng giải thuật Backstepping

### Balancing control rotary inverted pendulum by Backstepping algorithm

### Nguyễn Thành Duy<sup>1</sup>, Phạm Văn Chinh<sup>1</sup>, Nguyễn Trung Kiên<sup>1</sup>, Nguyễn Trung Triển<sup>1</sup>, Nguyễn Văn Đông Hải<sup>1,\*</sup>, Dương Anh Kiệt<sup>1</sup>, Hoàng Tiến Nam<sup>1</sup>, Nguyễn Phạm Thành Đạt<sup>1</sup>, Nguyễn Công Trung<sup>1</sup>, Lê Võ Việt<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TPHCM, 01 Võ Văn Ngân, P. Linh Chiểu, Q. Thủ Đức, Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

### Thông tin chung

Ngày nhận bài: 19/11/2020 Ngày nhận kết quả phản biện: 15/01/2021 Ngày chấp nhận đăng: 27/02/2021

#### Từ khóa:

Con lắc ngược quay; giải thuật backstepping; phương pháp Furuta; phương pháp lũy thừa vị trí thanh con lắc; điều khiển cân bằng

### Keywords:

Backstepping algorithm; the power of the pendulum bar position; the Furuta method; rotary inverted pendulum control; balance controls

### Tóm tắt

Bài báo này trình bày kỹ thuật backstepping điều khiến hệ con lắc ngược quay cân bằng ở vị trí thẳng đứng hướng lên - điểm cân bằng không ổn định. Kết quả mô phỏng và thực nghiệm trên bộ điều khiến swing-up và cân bằng - và đáp ứng của hệ thống cho thấy hiệu quả của phương pháp này. Cả hai phương pháp swing-up được đề xuất trong bài viết này là phương pháp Furuta và lũy thừa vị trí thanh con lắc.

#### Abstract

This paper presents the backstepping technique to control the equilibrium rotary inverted pendulum system in a vertical upward position - with an unstable balance point. Simulative and experimental results on the swing up and balance controller - and the system's response illustrate the effectiveness of this method. The two swing-up methods which are recommended in this article are the Furuta method and the power of the pendulum bar position.

### 1. GIỚI THIỆU

Hệ con lắc ngược quay (rotary inverted pendulum - RIP) là đại diện điển hình nhất cho hệ thống underactuated. Do mô hình có tính phi tuyến và tính đơn giản trong cấu trúc cơ học, mô hình này rất phổ biến trong nghiên cứu và giáo dục kỹ thuật. Hệ thống có hai bậc tự do mà tại đó mômen xoắn được áp dụng. Hệ thống này có hai bậc tự do, một liên kết được gắn theo phương ngang và một liên kết khác được gắn vào nó theo phương thẳng đứng đại diện cho con lắc. Các thuật toán điều khiển khác nhau được nhiều nhà nghiên cứu áp dụng, từ bộ điều khiển PID cổ điển, bộ điều khiển LQR [1, 2] đến bộ điều khiển logic mờ nâng cao [3], mạng

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> tác giả liên hệ, email: hainvd@hcmute.edu.vn, 034 9672 108

nơ-ron, thuật toán di truyền (GA) [4], tối ưu hóa bầy đàn (PSO) [4], phương pháp tối ưu hóa đàn kiến (ACO) [4], trượt [5], backstepping [6, 7, 8]. Tuy nhiên, các phương pháp backstepping này chỉ được áp dụng trên mô hình trong mô phỏng và tín hiệu đầu vào là momen của động cơ. Giả thiết này làm cho thí nghiệm không phù hợp với mô phỏng. Do đó, trong nghiên cứu này, một bộ điều khiển backstepping có thể được sử dụng cả trong mô phỏng và thí nghiệm để triển khai kiến thức theo hướng này.

Bộ điều khiển backstepping lần đầu tiên được giới thiệu bởi Petar V. Kokotovic vào năm 1990. Backstepping là một kỹ thuật phi tuyến dựa trên lý thuyết Lyapunov chỉ áp dụng cho hệ thống phản hồi chặt chẽ [9]. Giải thuật này được sử dung trong hê thống con đầu tiên để thiết kế một điều khiển biến ảo cho hê thống con tiếp theo và thiết kế được thực hiện trong hệ thống con tiếp theo để thiết kế một điều khiển biến ảo khác cho đến khi động lực của hệ thống con chứa biến đầu vào điều khiển. Phương pháp này được áp dung để cân bằng hệ RIP và đáp ứng của hệ thống có hiêu quả.

Trong bài này, nhóm tác giả sẽ thiết kế một bộ điều khiển backstepping để cân bằng RIP. Và luật điều khiển này sẽ được áp dụng trên mô hình thực để đánh giá kết quả mô phỏng. Bộ điều khiển Swing-up sẽ được trình bày trong bài báo này là phương pháp Furuta và lũy thừa vị trí thanh con lắc.

### 2. Nội dung

## 2.1. Mô hình hệ thống

Cấu trúc của hệ RIP được thể hiện trong Hình 1. Cấu tạo hệ thống bao gồm 2 thanh. Liên kết đầu tiên là thanh con lắc và liên kết thứ hai là thanh cánh tay. Góc của thanh con lắc và thanh cánh tay lần lượt là  $\alpha$  và  $\beta$ . Các thông số của mô hình được hiển thị trong Bảng 2.



*Hình 1. Hệ con lắc ngược quay* Tổng động năng của hệ:

$$K = \frac{1}{2} J_r \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} J_p \dot{\alpha}^2 +$$
(1)  
+ 
$$\frac{1}{2} m_p \begin{cases} L_r^2 \dot{\beta}^2 + \\ + \frac{1}{4} L_p^2 (\dot{\beta}^2 - \dot{\beta}^2 \cos^2 \alpha) \end{cases} + \\ - \frac{1}{2} L_r L_p m_p \dot{\beta} \dot{\alpha} \cos \alpha \end{cases}$$

Trong đó, thông số hệ thống được giải thích ở Bảng 2 ở phần dưới.

Tổng thế năng của hệ:

$$V = m_p g L_p \left( 1 - \cos \alpha \right) \tag{2}$$

Phương trình Lagrangian:

$$L = K - V \tag{3}$$

Phương trình động học của hệ khi áp dụng phương pháp Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta} = \tau - B_r \dot{\beta}$$
$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = -B_p \dot{\alpha}$$
(5)

Giải phương trình (4) và (5), phương trình động học của hệ con lắc ngược quay có dạng như sau [10]:

$$\begin{pmatrix}
m_{p}L_{r}^{2} + \frac{1}{4}m_{p}L_{p}^{2} - \frac{1}{4}m_{p}L_{p}^{2}\cos^{2}\alpha + J_{r} \\
\ddot{\beta} - \frac{1}{2}m_{p}L_{p}L_{r}\cos\alpha.\ddot{\alpha} + \frac{1}{2}m_{p}L_{p}L_{r}\sin\alpha.\dot{\alpha}^{2} = \tau - B_{r}\dot{\beta} \\
-\frac{1}{2}m_{p}L_{p}L_{r}\cos\alpha.\ddot{\beta} + \left(J_{p} + \frac{1}{4}m_{p}L_{p}^{2}\right)\ddot{\alpha} + \frac{1}{4}m_{p}L_{p}^{2}\right)\ddot{\alpha} + \frac{1}{4}m_{p}L_{p}^{2}\cos\alpha\sin\alpha.\dot{\beta}^{2} - \frac{1}{2}m_{p}L_{p}g\sin\alpha = -B_{p}\dot{\alpha}$$
(6)

Tuy nhiên, để thuận tiện cho việc điều chỉnh động cơ cũng như áp dụng bộ điều khiển vào mô hình thực, nhóm tác giả biến đổi tín hiệu điều khiển từ momen của động cơ DC sang điện áp cấp cho động cơ servo DC theo công thức (8):

$$\tau = -k_3 \dot{\beta} - k_2 \dot{\beta} + k_1 e \tag{8}$$

Trong đó:

$$k_1 = \frac{K_t}{R_m}; k_2 = C_m + \frac{K_t}{R_m}K_b; k_3 = J_m$$

Theo [10], phương pháp nhận dạng tham số được áp dụng trong mô hình này. Các thông số này được liệt kê trong Bảng 1:

| <b>Bảng 1.</b> Thông sô động cơ  |            |  |
|----------------------------------|------------|--|
| $L_{m}(H)$                       | 0,1756     |  |
| $K_b$ (V / (rad / sec))          | 0,0531     |  |
| $R_{m}\left(\Omega ight)$        | 11,7356    |  |
| $ T_{\rm f} $ (N.m)              | 0,0014     |  |
| $J_{\rm m}$ (kg.m <sup>2</sup> ) | 0,0195     |  |
| $C_m$ ((N.m/(rad/sec))           | 3,7757e-05 |  |

Kết hợp phương trình (6), (7), (8) ta có phương trình động năng của hệ con lắc ngược quay như sau:

$$D(\alpha,\beta).(\ddot{\alpha},\ddot{\beta}) + C(\alpha,\dot{\alpha},\beta,\dot{\beta}).(\dot{\alpha},\dot{\beta}) + G(\alpha,\beta) = v$$
<sup>(9)</sup>

Trong đó:

$$D(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} m_{p}L_{r}^{2} + \frac{1}{4}m_{p}L_{p}^{2} \\ -\frac{1}{2}m_{p}L_{p}L_{r}\cos\alpha & -\frac{1}{4}m_{p}L_{p}^{2}\cos^{2}\alpha \\ +J_{r} + k_{3} \\ \left(J_{p} + \frac{1}{4}m_{p}L_{p}^{2}\right) & -\frac{1}{2}m_{p}L_{p}L_{r}\cos\alpha \end{bmatrix}$$
$$C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{2}m_{p}L_{p}L_{r}\sin\alpha\right)\dot{\alpha} & \left(\frac{1}{2}m_{p}L_{p}^{2}\sin\alpha\cos\alpha\right)\dot{\alpha} \\ +B_{r} + k_{2} \\ B_{p} & -\frac{1}{4}m_{p}L_{p}^{2}\cos\alpha\sin\alpha\dot{\beta}^{2} \end{bmatrix}$$

-3-

$$G(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2}m_p L_p g \sin(\alpha) \end{bmatrix}; \ v = \begin{bmatrix} k_1 e \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sau khi áp dụng phương pháp nhận dạng, các thông số của động cơ được trình bày trong Bảng 1. Thông số hệ thống được trình bày trong Bảng 2.

| Thứ tự | Thông số         | Mô tả                    | Đơn vị  | Gía trị   |
|--------|------------------|--------------------------|---------|-----------|
| 1      | $m_p$            | Khối lượng con lắc       | kg      | 0,027     |
| 2      | $L_p$            | Chiều dài con lắc ngược  | m       | 0,328     |
| 3      | $oldsymbol{J}_p$ | Momen quán tính con lắc  | kg.m    | 0,0046617 |
| 4      | $L_r$            | Chiều dài cánh tay       | m       | 0,205     |
| 5      | $J_r$            | Momen quán tính cánh tay | kg.m    | 0,0019    |
| 6      | g                | Gia tốc trọng trường     | $m/s^2$ | 9,81      |
| 7      | $B_r$            | Hệ số ma sát cánh tay    | NA      | 0,0017    |
| 8      | $B_p$            | Hệ số ma sát con lắc     | NA      | ≈0        |

Bảng 2. Thông số hệ thống

Tuyến tính hóa hệ thống về dạng phương trình trạng thái, tác giả giả định rằng  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\sin \beta \approx \beta$ ,  $\cos \alpha = 1$ ,  $\cos \beta = 1$ . Ta xác định các biến trạng thái như sau:

$$x_{1} = \alpha; x_{2} = \dot{\alpha}; x_{3} = \beta; x_{4} = \dot{\beta}$$
$$x = \begin{bmatrix} x_{1} & x_{2} & x_{3} & x_{4} \end{bmatrix}^{T}; \ y = \begin{bmatrix} x_{1} & x_{3} \end{bmatrix}^{T}$$

Phương trình trạng thái của hệ có dạng như sau:

$$\dot{x} = Ax + Be; y = Cx$$
(10)  
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix}$$
(11)

Trong đó: 
$$a_{21} = \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial x_1}; \quad a_{22} = \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial x_2};$$
  
 $a_{23} = \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial x_3}; a_{24} = \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial x_4}; a_{41} = \frac{\partial \ddot{\beta}}{\partial x_1}; \quad a_{42} = \frac{\partial \ddot{\beta}}{\partial x_2};$   
 $a_{43} = \frac{\partial \ddot{\beta}_4}{\partial x_3}; \quad a_{44} = \frac{\partial \ddot{\beta}_4}{\partial x_4}; \quad b_2 = \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial e}; \quad b_4 = \frac{\partial \ddot{\beta}}{\partial e}$ 

Từ (6), (7), (8), (9), 2 biến  $\ddot{\alpha}$ ,  $\ddot{\beta}$ được tìm và sau đó thay thế vào phương trình (11) để tính toán ma trận A, B trong (12) (Tại điểm cân bằng, ta xem  $\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, e=0$ )

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 47,1570 & -0,1086 & 0 & -0,6303 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 14,1057 & -0,0325 & 0 & -0,8279 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,4698 \\ 0 \\ 1,9306 \end{bmatrix}$$
(12)

2.2. Bộ điều khiển

## 2.2.1. Bộ điều khiển swing-up

Điều khiển swing-up là bộ điều khiển đưa con lắc từ vi trí thẳng đứng xuống sang vi trí thẳng hướng đứnghướng lên để có thể áp dung tiếp giải thuật điều khiển cân bằng. Trong bài báo này, các tác giả để xuất hai phương pháp để lắc con lắc từ vị trí thẳng đứng hướng xuống đến điểm hướng lên theo phương thẳng đứng. Sự hất lên con lắc có thể đạt được bằng cách sử dụng phương pháp năng lượng. Tại vị trí hướng lên, một bộ điều khiển khác sẽ được áp dụng để cân bằng con lắc. Swing-up bằng điều khiển năng lượng là phương pháp cổ điển trong khi phương pháp thứ hai xác định đầu vào điều khiển bằng lũy thừa vị trí con lắc.

## <u>Swing-up bằng phương pháp năng lượng [11]</u>

Swing-up con lắc từ vị trí đi xuống đến vị trí đi lên, điều khiển năng lượng được sử dụng để thực hiện năng lượng để làm cho con lắc đến vị trí thẳng đứng đi lên. Chuyển động của cánh tay phụ thuộc vào vị trí và vận tốc của con lắc. Năng lượng chuẩn hóa sau đó có thể được viết như sau:

$$E = ml^2 \dot{\alpha}^2 / 2 + mgl\cos(\alpha)$$
 (13)

Thanh con lắc là dao động từ vị trí hướng xuống đến vị trí hướng lên, vì vậy năng lượng của hệ là –mgl tới mgl. Do đó, năng lượng dự kiến của hệ thống là

$$\mathbf{E}_0 = mgl \tag{14}$$

Mối quan hệ của tín hiệu điều khiển *e* và năng lương được trình bày như (15)

$$\dot{E} = mgle\dot{\alpha}\cos(\dot{\alpha})$$
 (15)

Năng lượng của RIP được tăng lên nếu  $e\dot{\alpha}\cos(\dot{\alpha}) > 0$ . Do đó, để làm cho con lắc dao động theo phương thẳng đứng hướng lên, đầu vào điều khiển e sẽ được chọn sao cho  $(E-E_0)^2$  giảm,

$$e = -e_{\max} \operatorname{sgn}((E - E_0)\dot{\alpha}\cos(\alpha))$$
(16)

$$e = \begin{cases} e_{\max} & if (E - E_0) \dot{\alpha} \cos \alpha < 0 \quad (17) \\ -e_{\max} & if (E - E_0) \dot{\alpha} \cos \alpha > 0 \end{cases}$$

## <u>Swing-up bằng phương pháp lũy thừa</u> <u>vị trí thanh con lắc [12]</u>

Ý tưởng chính của phương pháp này là năng lượng cung cấp cho hệ phụ thuộc vào vị trí con lắc. Theo quan điểm của hàm số mũ, khi con lắc từ vị trí hướng xuống sang vị trí thẳng đứng hướng lên, năng lượng tại điểm hướng lên là thấp nhất. Ngược lại, ở điểm đi xuống, năng lượng là cao nhất. Luật điều khiển được mô tả trong (18)

$$e = k_{v} | \alpha^{n} | \operatorname{sgn}(\alpha \cos(\dot{\alpha}))$$
(18)

Trong đó:  $k_{\nu}$  xác định tốc độ con lắc đến vùng lân cận của trạng thái cân bằng không bền; n là hằng số.

Điểm mạnh của phương pháp này là không cần tính toán trước như trường hợp lắc swing-up bằng phương pháp năng lượng, ở vị trí thẳng đứng cần biết năng lượng của con lắc.

2.2.2. Điều khiển cân bằng

## Điều khiển bằng phương pháp backstepping tuyến tính

**Bước 1:** Trước hết, biến điều khiển mới được định nghĩa là

$$z_1 = x_1 - k_1 x_3 \tag{19}$$

Trong đó  $k_1$  được thiết kế là hằng số không đổi. Do đó, đạo hàm của  $z_1$  được tính là

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - k_1 \dot{x}_3 = x_2 - k_1 x_4 \tag{20}$$

Chúng ta cân tìm luật điều khiên đê  
hội tụ 
$$z_1$$
 về không. Ta coi là một biến  
điều khiển ảo. Một hàm Lyapunov xác  
đinh dương được chon như sau:

$$V_1 = z_1^2 / 2 > 0 \tag{21}$$

Theo tiêu chí Lyapunov, một chức năng ổn định phù hợp nên được chọn để tìm ra giá trị mong muốn của đầu vào ảo để hệ thống con đầu tiên thỏa mãn:

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 < 0 \tag{22}$$

Từ (A.3) trong phụ lục A, ta có hàm ổn định như sau:

$$\alpha_1 = k_1 x_4 - c_1 z_1 \tag{23}$$

Trong đó  $c_1$  được thiết kế là hằng số dương

**Bước 2:** Biến sai số tương ứng được xác định là

$$z_2 = x_2 - \alpha_1 \tag{24}$$

Đạo hàm của  $z_2$  được tính là

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 + c_1 \dot{z}_1 - k_1 \dot{x}_4 \tag{25}$$

Thay thế phương trình (10) vào phương trình (24), ta có:

$$\dot{z}_{2} = (a_{21}x_{1} + a_{22}x_{2} + a_{23}x_{3} + a_{24}x_{4} + b_{2}e) + c_{1}\dot{z}_{1} - k_{1}(a_{41}x_{1} + a_{42}x_{2} + a_{43}x_{3} + a_{44}x_{4} + b_{4}e) (26)$$

Thay thế phương trình (19) vào phương trình (25), ta có:  

$$\dot{z}_2 = (a_{21} - k_1 a_{41}) x_1 + (a_{22} - k_1 a_{42} + c_1) x_2 + (a_{23} - k_1 a_{43}) x_3 + (a_{24} - k_1 a_{44} - c_1 k_1) x_4 + (b_2 - k_1 b_4) e$$
  
Ta đặt:  
(27)

$$d_{1} = (a_{21} - k_{1}a_{41}); d_{2} = (a_{22} - k_{1}a_{42} + c_{1}); d_{3} = (a_{23} - k_{1}a_{43});$$

$$d_{4} = (a_{24} - k_{1}a_{44} - c_{1}k_{1}); d_{5} = (b_{2} - k_{1}b_{4})$$
(28)

Vậy, phương trình (26) có thể được viết lại như sau:

$$\dot{z}_2 = d_1 x_1 + d_2 x_2 + d_3 x_3 + d_4 x_4 + d_5 e \tag{29}$$

Phân tích tính ổn định của hệ thống, ta có:

$$V_{2} = \left(z_{1}^{2} + z_{2}^{2}\right) / 2$$
(30)  
Từ phương trình (19), (20) ta có:  
 $\dot{z}_{1} = z_{2} - c_{1}z_{1}$ (31)  
Đạo hàm (30):  
 $\dot{V}_{2} = z_{1}\dot{z}_{1} + z_{2}\dot{z}_{2}$ (32)

Thay thế (31) vào (32), ta có:  $\dot{V}_2 = z_1 (z_2 - c_1 z_1) + z_2 \dot{z}_2 = -c_1 z_1^2 + z_2 (z_1 + \dot{z}_2)$  (33) Để  $\dot{V}_2$  xác định âm, phương trình

 $z_2$  được xác định như sau:

$$\dot{z}_2 = -z_1 - c_2 z_2 \tag{24}$$

Trong đó  $c_2$  được thiết kế là hằng số xác định dương

Thay thế (19), (24) và (29) vào (34), ta có luật điều khiển như sau:

$$e = \frac{\left(-x_1 + k_1 x_3\right) - c_2 \left[x_2 + c_1 \left(x_1 - k_1 x_3\right) - k_1 x_4\right] - \sum_{i=1}^4 d_i x_i}{d_5}$$
(35)

Trong đó  $c_1, c_2, k_1$  được lựa bằng phương pháp thử sai và giá trị được lựa chọn trong Bảng 3:

# **Bảng 3.** Thông số điều khiển của giải thuật backstepping

| $c_1$   | <i>C</i> <sub>2</sub> | $k_1$  |
|---------|-----------------------|--------|
| 98,8100 | 95,6400               | 0,0200 |

Swing-up dùng để đưa con lắc từ vị trí ban đầu thẳng đứng hướng xuống  $\pi$  đến vị trí cân bằng, một bộ điều khiển khác dùng để ổn định con lắc. Trong nghiên cứu này, kỹ thuật backstepping được áp dụng để ổn định con lắc.

Thanh con lắc swing-up bằng phương pháp Furuta được trình bày trong (17). Theo phương pháp này, chúng ta nhận ra rằng cánh tay quay theo hướng dương khi  $e = e_{\text{max}}$  và theo hướng âm khi

 $e = -e_{\max}$ .

Một phương pháp khác là lũy thừa vị trí con lắc. Từ (18), chúng ta nhận thấy rằng vị trí đi lên của con lắc được đặt  $\alpha = 0$ , động lực của dao động được xác định bởi một lũy thừa thích hợp của vị trí  $\alpha^n$ , do đó ở vị trí gần như hướng lên, liên kết con lắc được cung cấp ít năng lượng hơn.

# 2.3. Mô phỏng và thực nghiệm2.3.1. Kết quả mô phỏng

# Điều khiển ổn định áp dụng phương pháp backstepping tuyến tính

Tính ổn định của RIP được thể hiện từ Hình 2. đến Hình 5. Các thông số cho mô phỏng này theo Bảng 1, Bảng 2 và Bảng 3. Các giá trị ban đầu của hệ thống được chọn là:

$$x = \begin{bmatrix} 0, 1 & 0 & -0, 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (37)$$



-7-



Hình 4. Góc thanh cánh tay (rad)



Hình 5. Vận tốc góc thanh cánh tay (rad/s)

Theo Hình 2, theo luật điều khiển (35), bộ điều khiển có thể cân bằng con lắc tại điểm ổn định. Điều khiển backstepping tuyến tính có thể giữ con lắc ở vị trí thẳng đứng. Do đó, bộ điều khiển backstepping có thể đạt được các mục tiêu điều khiển của chúng ta trong phạm vi vùng cân bằng một cách nhanh chóng.

Theo Hình 4, theo luật điều khiển (35), tín hiệu đầu ra là sóng sin vì bộ điều khiển backstepping đảm bảo  $z_1$  trong (19) hội tụ về không. Hàm  $z_1$  là sự kết hợp của  $x_1, x_3$ . Sau đó, nó không đảm bảo  $x_1, x_3$  chuyển về không. Do đó, các

biến này vẫn có thể dao động. Tuy nhiên, do tính ổn định của  $z_1$ , các biến này có xu hướng không ổn định.

# Swing-up và ổn định bằng phương pháp backstepping

Các giá trị ban đầu được xác định như sau:

$$\left[\alpha(0), \dot{\alpha}(0)\right]^{T} = \left[\pi, 0\right]^{T}$$
<sup>(37)</sup>

Sơ đồ khối và kết quả mô phỏng sử dụng kết hợp bộ điều khiển swing-up với điều khiển backstepping được thể hiện từ Hình 6 đến Hình 8.



Hình 6. Chương trình mô phỏng sử dụng bộ điều khiển swing-up và ổn định bằng phương pháp backstepping



Hình 7. Kết quả mô phỏng bộ điều khiển swing-up bằng phương pháp năng lượng và ổn định sử dụng phương pháp backstepping



Hình 8. Kết quả mô phỏng bộ điều khiển swing-up bằng phương pháp lũy thừa vị trí thanh con lắc và ổn định sử dụng phương pháp backstepping

Sự đáp ứng của hệ thống khi áp dụng swing-up bằng phương pháp năng lượng và giải thuật backstepping. Như chúng ta thấy trong Hình 7. cho thấy rằng thời gian chuyển tiếp của hệ thống sử dụng điều khiển bước lùi chỉ là 3,6 giây. Đáp ứng ngỏ ra của hệ thống khi áp dụng swingup bằng lũy thừa vị trí thanh con lắc và điều khiển backstepping. Trong Hình 8, chúng ta thấy rằng thời gian chuyển tiếp của hệ thống sử dụng điều khiển backstepping chỉ là 2,95 giây.

## 2.3.2. Kết quả thực nghiệm

Mô hình thực của hệ thống được trình bày trong Hình 9.



Hình 9. Mô hình thực hệ con lắc ngược quay

Các thành phần bao gồm:

- (1) Thanh con lắc;
- (2) Thanh cánh tay;
- (3) Encoder thanh con lắc;
- (4) Động cơ dc;
- (5) Encoder thanh cánh tay;
- (6) Vi xử lý STM42F407 Discovery;
- (7) Cầu H;
- (8) UART CP2102;
- (9) Nguồn 24VDC-10A



Hình 10. Cấu trúc của toàn mô hình



## Ôn định áp dụng phương pháp backstepping

Hình 14. Vận tốc góc thanh cánh tay (rad/s)

Theo kết quả thực nghiệm, xung quanh điểm cân bằng của hệ con lắc ngược quay, bộ điều khiển backstepping tuyến tính có thể giữ thanh con lắc ở vị trí thẳng đứng hướng lên. Theo Hình 13, tín hiệu đầu ra của góc cánh tay trong thực nghiệm (trong Hình 13) có kết quả giống như tín hiệu đầu ra của góc cánh tay trong mô phỏng. Trong cả mô phỏng và thực nghiêm, cánh tay hê con lắc ngược quay tuân theo hàm sin do giải thích trong Phần 4.1. Trong thí nghiệm, cứ sau 2.5s, biên độ góc của thanh cánh tay theo môt hàm sin có biên đô 0.3 rad và hoat đông trong khoảng thời gian không xác định. Nó không thể hội tụ về 0 do viêc chon z1 trong (19). Đây là môt nhược điểm của phương pháp backstepping đối với hê thống SIMO.

Tuy nhiên, lựa chọn hàm z1 tốt hơn có thể cho kết quả tốt hơn.

## Swing-up và ổn định sử dụng phương pháp backstepping

Trong Hình 16, như chúng ta thấy, khi chuyển từ trạng thái swing-up hất lên sang thăng bằng. Bằng cách sử dụng phương pháp lũy thừa vị trí con lắc để hất thanh con lắc và điều khiển backstepping để con lắc cân bằng, thời gian chuyển tiếp là gần 660 mili giây, trong khi sử dụng phương pháp năng lượng, thời gian chuyển tiếp là 1000 mili giây.



*Hình 15.* Thực nghiệm swing up bằng phương pháp năng lượng và ổn định bằng phương pháp backstepping



*Hình 16.* Thực nghiệm swing-up bằng phương pháp lũy thừa vị trí thanh con lắc và ổn định bằng phương pháp backstepping

Theo kết quả thực nghiệm, đầu vào điều khiển từ sự kết hợp của điều khiển swing-up và điều khiển cân bằng có thể giữ và ổn định liên kết con lắc từ điểm cân bằng ổn định  $x = [\pi \ 0 \ 0 \ 0]^T$  đến điểm cân bằng không ổn định  $x = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ .

#### 3. KếT LUẬN

Vấn đề được đặt ra trong nghiên cứu là Swing-up hệ RIP kết hợp với điều khiển ổn định con lắc bằng kỹ thuật backstepping đã được phân tích. Bộ điều khiển được thiết kế có thể giữ cho hệ thống ở vùng không ổn định. Hai phương pháp Swing-up được đề xuất có thể áp dụng và thử nghiệm trên thiết lập phòng thí nghiêm thực tế. Phương pháp đầu tiên là điều khiển truyền thống dựa trên năng lượng của hệ thống, phương pháp thứ hai dựa trên hàm lũy thừa đối với vị trí con lắc để đánh giá năng lượng được cung cấp cho hệ thống. Sau khi so sánh giữa điều khiển năng lượng và lũy thừa vi trí con lắc, như chúng ta thấy, phương pháp thứ nhất là tốt hơn vì có thời gian xác lập nhanh hơn (khoảng 450s ở hình 15 so với 600s ở hình 16). Cả mô phỏng và kết quả thực nghiêm hầu hết đều giống nhau. Nghiên cứu trong tương lai là thiết kế điều khiển backstepping phi tuyến cho mô hình này.

### РНЏ ЦЏС

Đạo hàm phương trình (21):

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 \Leftrightarrow \dot{V}_1 = z_1 (x_2 - k_1 x_4)$$
 (A.1)

Ta chọn hàm phụ để đảm bảo (22). Sau đó, bằng cách cân bằng phương trình, ta có như sau:

$$z_{1}(x_{2}-k_{1}x_{4}) = -c_{1}z_{1}^{2} \Leftrightarrow x_{2}-k_{1}x_{4} = -c_{1}z_{1} \quad (A.2)$$

Một hàm ôn định phù hợp đã được chọn để tìm ra giá trị mong muốn của đầu vào ảo cho hệ thống con đầu tiên. Chúng ta cần chọn hàm ổn định (23):

$$\alpha_1 = x_2 = k_1 x_4 - c_1 z_1 \tag{A.3}$$

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Vo Anh Khoa, Nguyen Minh Tam, Tran Vi Do, Nguyen Thien Van, Nguyen Van Dong Hai, "Model and control algorithm construction for rotary inverted pendulum in laboratory", Journal of Technical Education Science, No.49, pp. 32-40, 2018.

[2]. Navin John Mathew, K. Koteswara Rao, N. Sivakumaran, "Swing Up and Stabilization Control of a Rotary Inverted Pendulum", the 10th IFAC International Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, pp. 654-659, 2013.

[3]. Selcuk Kizir, Zafer Bingul, Cuneyt Oysu, "Fuzzy Control of a Real Time Rotary Inverted Pendulum System", International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems, pp. 674-681, 2008.

[4]. Iraj Hassanzadeh, Saleh Mobayen, "Controller Design for Rotary Inverted Pendulum System Using Evolutionary Algorithms", Mathematical Problems in Engineering, pp.1-17, 2011.

[5]. Philippe Faradja, Guoyuan Qi, Martial Tatchum, "Sliding mode control of a Rotary Inverted Pendulum using higher order differential observer", 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014), pp. 1123-1127, 2014.

[6]. Tran Thien Dung, Nguyen Nam Trung, Nguyen Van Lanh, "Control design using backstepping technique for a cart-inverted pendulum system", International Journal of Engineering and Applied Sciences (IJEAS), Volume-6, pp.70-75, 2019.

[7]. Yung-Chih Fu, Jung-Shan Lin, "Nonlinear Backstepping Control Design of the Furuta Pendulum", IEEE Conference on Control Applications, pp. 96-101, 2005.

[8]. Mahsa Rahmanian, Mohammad Teshnehlab, Mahdi Aliyari Shoorehdeli, "An off-line fuzzy backstepping controller for rotary inverted pendulum system", International Conference on Intelligent and Advanced Systems, pp. 109-113, 2007.

[9]. Varunendra Kumar Singh, Vijay Kumar, "Nonlinear Design for Inverted Pendulum using Backstepping Control Technique", International Journal of Scientific Research Engineering & Technology (IJSRET), Vol. 2, pp. 807-810, 2014.

[10]. Trần Hoàng Chinh, "Điều khiển PID-Fuzzy cho hệ Pendubot", Luận văn Đại học, trường Đại học SPKT TPHCM, 2018.

[11]. K. Furuta, M. Iwase, "Swing-up time analysis of pendulum", Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences Vol. 52, No. 3, pp. 153-163, 2004.

[12]. Pavol Seman, Boris Rohal'-Ilkiv, Martin Juh´as, Michal Salaj, "Swinging up the Furuta pendulum and its stabilization via model predictive control", Journal of Electrical Engineering, vol. 64, No. 3, pp. 152-158, 2013.